

УДК 622.788.36

Кривенко С.В.¹, Кривенко О.В.²

ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ СЛОЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА ИЗ ЗЕРЕН ЛЮБЫХ ФОРМ

Разработана дискретная модель укладки зерен произвольных форм в трехмерные тела. Слой сыпучего материала и зерна описываются трехмерными множествами признаков заполненности элементарных пространств. Производя пересечение множеств слоя и зерна, рассчитываются его координаты (X, Y, Z) и ориентация в пространстве (углы нутации ϑ , прецессии ϕ и чистого вращения φ).

В агломерационном, доменном и других производствах осуществляется переработка сыпучих материалов. При этом значительное влияние на технико-экономические показатели оказывают газодинамические характеристики сформированного зернистого слоя, через который осуществляется принудительное движение газов. Показатели структуры слоя шихты - порозность ε и эквивалентный диаметр частиц (гранул) d_s , сильнее всего влияют на движение газов и их взаимодействие в слое. Управление структурой формируемого зернистого слоя затруднительно из-за сложности определения показателей ε и d_s в его потоке. Поэтому в настоящее время особенно актуально компьютерное моделирование структуры слоя сыпучего материала и исследование движения газов через него.

В работе [1] предложена модель, в которой порозность слоя сыпучего материала определяли из соотношению фракционного состава шихты. Эти величины были получены для бифракционной шихты из шарообразных частиц. Для учета отклонений форм частиц от шарообразных введен поправочный коэффициент. При исследовании полифракционной шихты эта модель требует дополнительных эмпирических соотношений.

Существуют дискретные модели, описывающие формирование слоя шарообразных гранул в пространстве [2, 3]. Эти модели применимы для исследования слоя полифракционной шихты. Укладка гранул в слой осуществляется путем решения условий соприкосновений размещаемой гранулы с другими, ранее уложенными в слой. Исследованиями установлено, что формы зерен сыпучего материала обычно значительно отличаются от шарообразных. Для нешарообразных зерен затруднительно составление таких условий соприкосновений.

Целью настоящей статьи является разработка новой дискретной модели слоя сыпучего материала, состоящего из зерен произвольных форм и размеров. В основу модели положен новый метод описания зерен и слоя, использующий трехмерные множества для описания заполненности элементарного пространства. Пересекая множества слоя и зерна, осуществляется поиск места размещения нового зерна на зерна, ранее уложенные в слой.

Разработанная модель слоя включает в себя три модуля: 1) описания распределения гранулометрического состава для зерен каждой формы; 2) размещения зерен в слое; 3) определения параметров слоя.

Описание распределения гранулометрического состава для зерен каждой формы осуществляется на основании следующих исследований. Предварительно зерна сыпучего материала классифицировали по форме (например, шарообразные, цилиндрические, пирамидальные и т.д.). Обычно частицы каждого компонента шихты имеют примерно одинаковую форму. Затем зерна одинаковой формы классифицировали по размерам. По результатам классификации определяли распределение массового $M_f(d)$ и количественного $N_f(d)$ гранулометрических составов, где f – номер формы, d – размер частицы. Методика описания распределения гранулометрических составов приведена в работах [2-4].

¹ ПГТУ, канд. техн. наук, доц.

² ПГТУ, канд. техн. наук, доц.

На основании распределения $N_f(d)$ определяли распределение количественного гранулометрического состава зерен сыпучего материала определенной формы относительно всей шихты

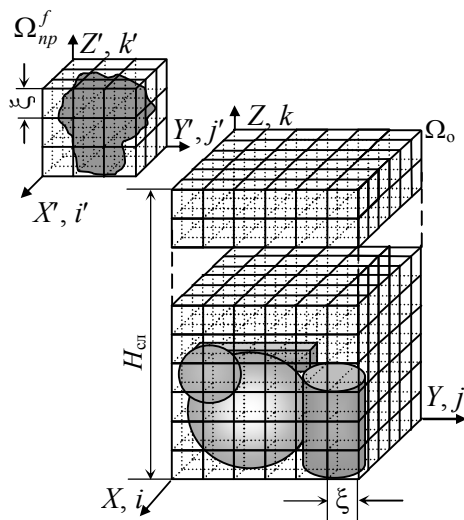
$$N_f^\Sigma(d) = \frac{\sum_{f=1}^{k_\phi} N_f(d)}{k_\phi}, \quad \%, \quad (1)$$

где k_ϕ – количество выделенных форм зерен сыпучего материала.

При формировании слоя размер и форма укладываемого зерна находили исходя из сравнения распределения $N_f^\Sigma(d)$ и фактического $N_f^\phi(d)$ для зерен, помещенных в слой. При этом стремились достичь минимальное отклонение $N_f^\phi(d)$ от $N_f^\Sigma(d)$:

$$\left| \frac{N_f^\phi(d) - N_f^\Sigma(d)}{N_f^\phi(d)} \right| \rightarrow \min \quad (2)$$

Для описания слоя сыпучего материала укладываемый объем разбивали на множество одинаковых кубических элементарных объемов V_3 (рис.1). Размер каждого объема V_3 должен обеспечивать заданную точность расчетов ξ . В каждом из них возможно присутствие определенной доли частицы.



Таким образом, весь объем можно описать трехмерной матрицей Ω_o , характеризующей содержание в каждом элементарном объеме V_3 доли частицы. Если объем V_3 не занят уложенной в слое частицей, то соответствующий элементарному объему элемент матрицы Ω_o^{ijk} равен 0. При размещении частиц в слое элементу матрицы Ω_o^{ijk} , описывающему элементарной объем занятый долей частицы, присваивается значение 1.

Чтобы зерна не выходили за границы укладываемого объема, элементам массива Ω_o^{ijk} , соответствующим стенкам, присваиваются значения 1.

Рис.1- Представление укладываемых объемов множеством элементарных кубов

Описание частицы с помощью множества осуществляется аналогично, как и для слоя. Формируется элементное множество Ω_f^m , описывающее максимальную частицу заданной формы. Такой трехмерный массив также заполняется величинами 1 или 0 в зависимости от заполненности элементарного объема пространства долей описываемой частицы. При этом размеры элементарного объема ξ множества Ω_f^m соответствуют размерам элементарного объема ξ для укладываемого слоя Ω_o .

Для описания частицы заданной формы и размера D_f^{np} , отличающегося от максимального D_f^m , формируется новый промежуточный массив D_f^{np} путем масштабирования массива Ω_f^m на D_f^{np}/D_f^m (рис. 2). При этом размерность массива Ω_f^{np} также увеличится в D_f^{np}/D_f^m раз из-за уменьшения размеров объема V_3 . Чтобы размер объема V_3 не изменился, размерность массива

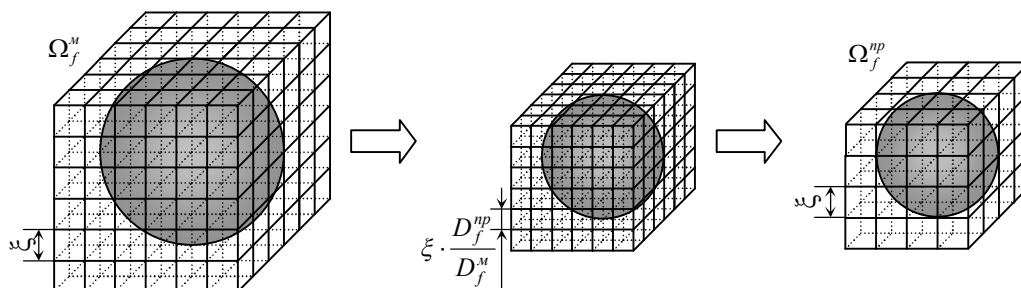


Рис.2- Преобразование множества Ω_f^m для описания частицы другого размера

Ω_f^{np} уменьшают в D_f^{np}/D_f^m раз.

Размещаемая в пространстве частица имеет шесть степеней свободы. Поэтому ее расположение в слое описывается координатами (X_n, Y_n, Z_n) и углами Эйлера (нугации ϑ_n , прецессии ϕ_n и чистого вращения φ_n , где n - номер укладываемой частицы) [5]. Точкой, характеризующей положение частицы в пространстве XYZ , является начало системы координат $X'Y'Z'$ – точка O'_n (см. рис.1). Это обусловлено тем, что укладываемые частицы могут иметь формы, значительно отличающиеся от геометрически правильных. При расчетах точка O'_n размещается только в координатах вершин каждого элементарного кубического объема. Поэтому координаты (X_n, Y_n, Z_n) удобнее представить в виде $(i_n \cdot \xi, j_n \cdot \xi, k_n \cdot \xi)$ и пользоваться целыми числами i_n, j_n, k_n – номерами выбранной вершины.

Начало системы координат частицы $X'Y'Z'$ помещают в предварительно найденные координаты (X_n, Y_n, Z_n) с углами $\vartheta_n, \phi_n, \varphi_n$ равными нулю. Первая частица размещается так, чтобы начало ее системы отсчета относительно укладываемого слоя было в точке с координатами (ξ, ξ, ξ) или $i_1=1, j_1=1, k_1=1$. Каждую последующую частицу размещают в точки с координатами

$$\begin{aligned} X_n = X_{n-1}; Y_n = Y_{n-1}; Z_n = Z_{n-1} \quad \text{или} \quad i_n = i_{n-1}; j_n = j_{n-1}; k_n = k_{n-1}; \\ \vartheta_n = 0; \phi_n = 0; \varphi_n = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

При размещении частицы в слое проверяется их пересечение с ранее уложенными частицами. Проверку осуществляли сравнением признаков заполненности элементарных кубических объемов V , пространств Ω_o и Ω_f^{np} . Для каждого элемента матрицы Ω_f^{np} вычисляют координаты (X^*, Y^*, Z^*) с учетом начальных значений координат (X_n, Y_n, Z_n) и ориентации $(\vartheta, \phi, \varphi)$ частицы в системе координат формируемого слоя XYZ по формулам [5]:

$$\begin{aligned} c_1 = \cos \vartheta, \quad c_2 = \cos \phi, \quad c_3 = \cos \varphi, \\ s_1 = \sin \vartheta, \quad s_2 = \sin \phi, \quad s_3 = \sin \varphi, \\ l_1 = c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot s_3, \quad m_1 = s_2 \cdot c_3 + c_1 \cdot c_2 \cdot s_3, \quad n_1 = s_1 \cdot s_3, \\ l_2 = -c_2 \cdot s_3 - c_1 \cdot s_2 \cdot c_3, \quad m_2 = -s_2 \cdot s_3 + c_1 \cdot c_2 \cdot c_3, \quad n_2 = s_1 \cdot c_3, \\ l_3 = s_1 \cdot s_2, \quad m_3 = -s_1 \cdot c_2, \quad n_3 = c_1, \\ X^* = X_n + l_1 X'_{ij'k'} + m_1 Y'_{ij'k'} + n_1 Z'_{ij'k'}, \quad i^* = i_n + l_1 i' + m_1 j' + n_1 k', \\ Y^* = Y_n + l_2 X'_{ij'k'} + m_2 Y'_{ij'k'} + n_2 Z'_{ij'k'}, \quad \text{или} \quad j^* = j_n + l_2 i' + m_2 j' + n_2 k', \\ Z^* = Z_n + l_3 X'_{ij'k'} + m_3 Y'_{ij'k'} + n_3 Z'_{ij'k'}, \quad k^* = k_n + l_3 i' + m_3 j' + n_3 k', \end{aligned} \quad (4)$$

где $X'_{ij'k'}, Y'_{ij'k'}, Z'_{ij'k'}$ – координаты вершин элементарного кубического объема в системе координат $X'Y'Z'$; i', j', k' – номер элементарного кубического объема в Ω_f^{np} , $i' = 1..n'$, $j' = 1..n'$, $k' = 1..n'$; n' – количество разбиений на элементарные объемы вдоль OX', OY', OZ' .

Пересчитанные координаты (X^*, Y^*, Z^*) для всего множества Ω_{np} должны находиться внутри укладываемого объема Ω_o

$$\begin{aligned} \xi \leq X^* \leq D_o - \xi \quad \text{и} \quad 1 \leq i^* \leq n_o - 1 \\ \xi \leq Y^* \leq D_o - \xi \quad \text{и} \quad 1 \leq j^* \leq n_o - 1, \end{aligned} \quad (5)$$

где D_o – размер стороны объема Ω_o , мм; n_o – количество разбиений Ω_o .

Если условие (5) не выполняется, то необходимо изменять расположение частицы.

Новое значение матрицы Ω_o образуется путем суммирования по модулю 2 (исключающее ИЛИ) с матрицей Ω_{np} с учетом расположения начала системы координат для частицы и относительно начала системы координат для формируемого слоя. Тогда для каждого элементарного кубического объема

$$\Omega_o^* = \Omega_o^* \oplus \Omega_{np}^*, \quad (6)$$

где Ω_o^* – значение элемента множества Ω_o с координатами i^*, j^*, k^* , рассчитанными по (4), соответствующих координатам i', j', k' множества Ω_f^{np} ; Ω_{np}^* – значение элемента множества Ω_f^{np} с координатами i', j', k' .

В результате суммирования признаков занятости для каждого элементарного объема,

возможно, что значение элемента матрицы Ω_o^* изменилось с 1 на 0, т.е.

$$\Omega_o^* = \Omega_o^* \oplus \Omega_{np}^* = 1 \oplus 1 = 0. \quad (7)$$

Уравнение (7) является признаком пересечения укладываемой частицы с уже уложенными. В данном случае необходимо осуществить изменение расположения частицы таким образом, чтобы пересечение устранилось.

Оптимальное расположение частицы в слое определяется методом покоординатного спуска, перемещая ее с учетом всех степеней свободы. Порядок изменения искомых переменных: вдоль осей OX, OY, OZ , а затем по углам ϑ ($0 \leq \vartheta < \pi$), ϕ ($0 \leq \phi < 2\pi$) и φ ($0 \leq \varphi < 2\pi$). Целевой функцией является $Z_n^* \rightarrow \min$. При достижении локального минимума обеспечивается максимальная плотность упаковки зерен сыпучего материала. При укладке частицы в слой, кроме условия $Z_n^* \rightarrow \min$, также необходимо учитывать, чтобы $\varepsilon_n \rightarrow \min$. Дополнительное условие обеспечивает максимальное количество соприкосновений частицы с другими частицами возможно большего размера. Таким образом, мелкие частицы всегда стремятся заполнить пустоты между крупными частицами. Минимум порозности для уложенной в слой частицы оценивается для ограниченного кубического объема вокруг нее по выражению

$$\varepsilon_n = 1 - \frac{\sum_{i=i_n-l}^{(i_n+n'+l)} \sum_{j=j_n-l}^{(j_n+n'+l)} \sum_{k=k_n-l}^{(k_n+n'+l)} \Omega_{ijk}^o}{(n' + 2 \cdot l)^3} \rightarrow \min, \quad (8)$$

где l – расстояние от «стенок» объема Ω_f^{np} .

Размещение частиц в слой прекращается по одному из двух условий: 1) достигнута максимальная высота слоя ($Z^* > H_{сл}$) или 2) уложены все частицы из заданного количества ($N_\Sigma = 0$).

После укладки частиц в слой определяли его газодинамические параметры по методике, описанной в работах [2, 3].

С помощью разработанной модели был исследован слой, состоящий из гранул одинакового диаметра. Рассчитанная порозность составила $\varepsilon_p = 37,7\%$ при фактической порозности $\varepsilon_\phi = 26 \div 52\%$ [1]. Также был исследован слой, состоящий из шарообразных частиц $D_1^{III} = 14,3$ мм $N_1^{III} = 13$; $D_2^{III} = 12,2$ мм $N_2^{III} = 38$, цилиндрических – высотой $h_{ц} = 10$ мм, диаметром $D_1^{II} = 4,1$ мм $N_1^{II} = 52$. Рассчитанная порозность составила $\varepsilon_p = 42,2\%$ при фактической измеренной порозности $\varepsilon_\phi = 41,6\%$.

Выводы

Разработана новая дискретная модель слоя сыпучего материала, состоящего из частиц произвольных размеров и форм. Результаты исследования модели подтвердили ее достоверность. В перспективе с помощью разработанной модели можно исследовать газодинамические характеристики слоя с учетом внутренней структуры частиц и изменения их формы при переработке.

Перечень ссылок

1. Тарасов В.П. Газодинамика доменного процесса / В.П. Тарасов. – М.: Металлургия, 1990. – 216с.
2. Тарасов В.П. Комплексная динамическая модель окомкования аглошихты с определением порозности слоя / В.П. Тарасов, О.В. Кривенко, С.В. Кривенко // Известия вузов. Черная металлургия. – 2001. – №9 – С.12-15.
3. Русских В.П. Модель газопроницаемости слоя шихты / В.П. Русских, С.В. Кривенко, О.В. Кривенко // Придніпровський науковий вісник. – 1998. – №95(162) – С.25-29.
4. Власюк Ю.Н. Исследование распределения концентраций от фракционного состава компонентов аглошихты / Ю.Н. Власюк, В.П. Русских, О.В. Кривенко, С.В. Кривенко // Вісник Приазов. держ. техн. ун-ту: Зб. наук. пр. – Маріуполь, 1997. – Вип. 3 – С.17-21.
5. Бронштейн И.Н. Справочник по математике / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Гостехиздат, 1953. – 608с.

Статья поступила 15.01.2004